

Занятие 14

1. Как вы думаете, в записи числа 2^{1000} (произведение тысячи двоек) больше 500 цифр или меньше? Почему?

2. Целое положительное число a имеет сумму цифр 100, а большее (целое положительное) число b имеет сумму цифр 200. Докажите, что между a и b найдётся целое число с суммой цифр 143.

3. Известно, что $1 + 3 = 2^2$, $1 + 3 + 5 = 3^2$, $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$. Продолжите эту последовательность и докажите обнаруженную Вами закономерность.

4. Рассмотрим “двухходовые шахматы”, т.е. шахматы, в которых каждый делает в свою очередь два хода подряд. Докажите, что у белых существует беспроеигрышная стратегия (находить её не требуется!).

5. Сколькими способами можно разменять 20 рублей монетами по 1, 2 и 5 рублей?

6.

(1) Можно ли нарисовать пятиугольник и точку внутри него так, чтобы любая сторона пятиугольника была бы видна из неё под углом 70° ?

(2) Нарисуйте восьмиугольник и точку внутри него так, чтобы четыре стороны были видны из этой точки под углом 100° , а остальные четыре — под углом 10° .

7. Как разрезать торт тремя разрезами на 8 частей?

8. В стакане с водой плавает кусочек льда. Как изменится уровень воды в стакане, когда лёд растает?

Занятие 14

1. Как вы думаете, в записи числа 2^{1000} (произведение тысячи двоек) больше 500 цифр или меньше? Почему?

2. Целое положительное число a имеет сумму цифр 100, а большее (целое положительное) число b имеет сумму цифр 200. Докажите, что между a и b найдётся целое число с суммой цифр 143.

3. Известно, что $1 + 3 = 2^2$, $1 + 3 + 5 = 3^2$, $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$. Продолжите эту последовательность и докажите обнаруженную Вами закономерность.

4. Рассмотрим “двухходовые шахматы”, т.е. шахматы, в которых каждый делает в свою очередь два хода подряд. Докажите, что у белых существует беспроеигрышная стратегия (находить её не требуется!).

5. Сколькими способами можно разменять 20 рублей монетами по 1, 2 и 5 рублей?

6.

(1) Можно ли нарисовать пятиугольник и точку внутри него так, чтобы любая сторона пятиугольника была бы видна из неё под углом 70° ?

(2) Нарисуйте восьмиугольник и точку внутри него так, чтобы четыре стороны были видны из этой точки под углом 100° , а остальные четыре — под углом 10° .

7. Как разрезать торт тремя разрезами на 8 частей?

8. В стакане с водой плавает кусочек льда. Как изменится уровень воды в стакане, когда лёд растает?