

## Занятие 4

1. Длины трёх подряд идущих сторон некоторого четырёхугольника равны 1, 2 и 4 см. Какова может быть его четвёртая сторона?

2. По кругу написано 99 чисел, причём каждое из них равно среднему арифметическому (полусумме) двух своих соседей. Докажите, что все эти числа равны между собой.

3. А говорит: “Кто не с нами, тот против нас”. Б говорит: “Кто не против нас, тот с нами”. Есть ли разница (с точки зрения логики) между их высказываниями?

4.

(a) Докажите, что  $\sqrt{2 + \sqrt{2}} < 2$ ;

(b) Докажите, что  $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}} < 2$   
(всего 2006 операций извлечения корня).

5. Может ли при увеличении числа на единицу его сумма цифр уменьшиться? уменьшиться более чем на 100? Может ли сумма цифр уменьшиться ровно на 15?

6. Упростите выражение

$$(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1) \dots (2^{512} + 1).$$

7. Сколько у куба вершин, граней, рёбер? На сколько частей разбивают пространство продолжения его граней?

## Занятие 4

1. Длины трёх подряд идущих сторон некоторого четырёхугольника равны 1, 2 и 4 см. Какова может быть его четвёртая сторона?

2. По кругу написано 99 чисел, причём каждое из них равно среднему арифметическому (полусумме) двух своих соседей. Докажите, что все эти числа равны между собой.

3. А говорит: “Кто не с нами, тот против нас”. Б говорит: “Кто не против нас, тот с нами”. Есть ли разница (с точки зрения логики) между их высказываниями?

4.

(a) Докажите, что  $\sqrt{2 + \sqrt{2}} < 2$ ;

(b) Докажите, что  $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}} < 2$   
(всего 2006 операций извлечения корня).

5. Может ли при увеличении числа на единицу его сумма цифр уменьшиться? уменьшиться более чем на 100? Может ли сумма цифр уменьшиться ровно на 15?

6. Упростите выражение

$$(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1) \dots (2^{512} + 1).$$

7. Сколько у куба вершин, граней, рёбер? На сколько частей разбивают пространство продолжения его граней?