

Занятие 2

1. Целое число, большее 2, называется простым, если оно не разлагается в произведение двух меньших целых положительных чисел. Докажите, что число 999991 не простое.

2. Найти сумму

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$$

3. Петя стоит на балконе 2-го этажа, а Вася — на балконе 5-го этажа того же дома. В некоторый момент они одновременно выкрикивают слово “раз”. Оказалось, что Петя услышал васино слово немного раньше, чем Вася — петино. Почему?

4. При всех целых x число $ax^2 + bx + c$ целое. Можно ли утверждать, что числа a, b, c целые?

5.

- (a) Земной шар обвязали по экватору верёвкой. Затем верёвку удлиннили на метр и приподняли над экватором так, что образовалась щель постоянной ширины. Сможет ли в эту щель пролезть кошка?
- (b) Экологи решили сшить чехол для земного шара. Однако они ошиблись в расчётах, и потратили ткани на 1 квадратный километр больше, чем нужно. Чтобы скрыть свою ошибку, они приподняли чехол над земной поверхностью, оставив щель постоянной ширины. Сможет ли под этой щелью бегать мышка?
- (c) Объясните разницу в ответах.

6. На конце верёвки сделаны петли, надетые на запястья (не туго, но с рук они не снимаются). Можно ли, не развязывая верёвку (и тем самым не снимая её с рук), завязать на ней узел?

7. Сколько раз в сутки стрелки часов образуют прямой угол?

Занятие 2

1. Целое число, большее 2, называется простым, если оно не разлагается в произведение двух меньших целых положительных чисел. Докажите, что число 999991 не простое.

2. Найти сумму

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$$

3. Петя стоит на балконе 2-го этажа, а Вася — на балконе 5-го этажа того же дома. В некоторый момент они одновременно выкрикивают слово “раз”. Оказалось, что Петя услышал васино слово немного раньше, чем Вася — петино. Почему?

4. При всех целых x число $ax^2 + bx + c$ целое. Можно ли утверждать, что числа a, b, c целые?

5.

- (a) Земной шар обвязали по экватору верёвкой. Затем верёвку удлиннили на метр и приподняли над экватором так, что образовалась щель постоянной ширины. Сможет ли в эту щель пролезть кошка?
- (b) Экологи решили сшить чехол для земного шара. Однако они ошиблись в расчётах, и потратили ткани на 1 квадратный километр больше, чем нужно. Чтобы скрыть свою ошибку, они приподняли чехол над земной поверхностью, оставив щель постоянной ширины. Сможет ли под этой щелью бегать мышка?
- (c) Объясните разницу в ответах.

6. На конце верёвки сделаны петли, надетые на запястья (не туго, но с рук они не снимаются). Можно ли, не развязывая верёвку (и тем самым не снимая её с рук), завязать на ней узел?

7. Сколько раз в сутки стрелки часов образуют прямой угол?